教育学部論集　第11号（2000年3月）

中学校における幾何教育のあり方について

黒　田　恭　史

〔抄　録〕

中学校の幾何教育は，小学校の幾何教育（註1）の流れを踏まえ，子どもの空間認識や事物の捉え方の質的な高まりを意図して構築される必要がある。本稿では，これまでの小学校の幾何教育研究の成果をもとに，中学校の幾何教育，とりわけ平面の教育についての一つのプランを提案し，教育実践の結果について論じた。

キーワード　中学校の幾何教育，小学校の幾何教育，総合的な学習の時間

1　はじめに

日本における中学校の幾何教育は，ユークリッド原論を基底とした総合幾何が中心となり，そこに座標（解析）幾何や，変換（運動）の幾何が組み入れられるという形を取っている。これは，明治期の菊池大麓らによって形作られた中等学校の幾何教育の影響がいまだに色濃く残っているためである。また，この間，ユークリッド原論が学問の一つの大きな規範であるという文化的意義を十分に理解することなく，指導の際の難易の基準だけで幾何教育の内容の表層を組み替えてきたということも，現在の形式を産み出すに到った大きな理由の一つであろう[1)]。

ところで，鈴木は，小学校の幾何教育が数学の既存の幾何のいずれかを採用するという態度ではなく，子どもらが生活する空間自体を対象とし，教育内容を「図形の性質」，「計量」，「空間」，「運動」，「論理」を柱として設定し直し，有機的に結び付けた上で，学年毎のコンパクトな内容に創り上げていくことを提唱している[2)]。幾何学の初歩をわかりやすく教えるというのではなく，子どもの学齢毎の認識を基に，教育としてどのように事物や空間を捉えさせていくのかという視点からの幾何教育の構築の必要性を指摘しているのである。そして，各学年での学習内容が，子どもにとって価値あるものとして具体化するようになることが重要であるとしている。筆者もこうした鈴木の視点に学びつつ，これまで小学校の幾何教育，とりわけ平面の幾何教育の内容を構築し，教育実践を行ってきた[3)]。

本稿では，これらの研究成果を踏まえ，以下の方法によって中学校の幾何教育の内容を提案することにする。

(1) これまでの小学校の幾何教育の研究の成果を整理し，子どもの認識の変容を明らかにする。

(2) (1) の成果と，これまでの中学校の幾何教育の研究の取り組みを踏まえ，平面を中心とした幾何教育の内容を構築する。

(3) 中学生に対して教育実践を行い，その有効性について検討する。

2　小学校における幾何教育のあり方とその取り組み

通常，小学校の幾何教育では，典型となる個々の図形の名称やその特徴，各構成要素の関係（例えば，直方体の2辺における平行関係やねじれの位置），図形間の包含関係（例えば，平行四辺形，長方形，ひし形，正方形の包含関係），あるいは面積や体積といった計量を扱うことが主な学習内容となっている。その順序は，まず最初にユークリッド幾何学の基礎となる平面上の三角形を取り上げ，次にそれらを多角形へ発展させていくという，いわば数学の発展の構造を重視したものである。むろん，平面から立体へという流れも，次元の拡張という，これまた数学の発展の構造に依存するものである。しかし，そうした教育内容の構成は，子どもの認識の発達と必ずしも一致するものではない。事実，子どもたちは，既に3次元空間に生活しており，無意識的にその空間内の特徴を体得し，活用しているのである。また，そこで目にする図形も，多様なものが併存した状態であって，数学的な順序性とは異なっているといえる。さらに，子どもにとっては，そうした事物の個々の性質以上に，自身の体や目線を基準とした，前後，左右，上下といった生活空間そのものをどう捉えるのかということが，そこで生活する（遊ぶ）上での最も重要な関心事なのである。

上記のことを鑑みると，むしろ，個々の図形の特徴を学ぶというだけでなく，それらが存在する空間それ自体の特徴を子どもたちが意識するようになるといった学習内容を設定することが重要である。様々な事物や図形を，それが存在するところの空間を前提とした立場から捉え直すことで，事物の持つ図形的な特徴を，図形自体に付随した性質としてだけでなく，空間の特徴を具体化・顕著化したものであるというように捉えることが可能となろう。むろん，各図形の性質の学習や図形間の学習も，そうした空間の認識に支えられることによって，相互の有機的な関連や意味付けがなされていくのである。そのことは，算数・数学という非常に特殊化された場面と記号の使用という環境を超えて，子どもが現実の生活場面をも数学的な眼で捉えようとする意識をも喚起することになろう。

以下では，上記の視点から構築した小学校における幾何教育（平面の内容）について，低・中・高学年の教育内容のプランと教育実践による子どもの作品をもとに記す。尚，実践では，子ども自らがコンピュータ画面上でプログラミングを行い，絵柄を表現するという活動を中心に行った。

(1) 小学校低学年

子どもの鉛直水平の概念を梃子に，平面直交座標の発想を取り入れ，事物や図形の位置を，座標上で表現したり数値化したりする。その学習過程において，図形をその構成要素にまで着目して考察したり，現実の事物を特徴的な図形に近似したり精緻化して捉える。最後に，学習内容を生かして作品を製作する。

【小学校1年生への実践】

子どもが描いた自由画をもとに，それらを2次元座標上の点と線によって表わし，コンピュータの画面上に再現するという学習活動を設定した。図1は，小学校1年生の子どもの方眼紙に描かれた自由画である。図2は，それをコンピュータ画面上に表現するために，各図形にデフォルメし，それぞれの形の構成を精緻化したものである。図3はコンピュータ画面上に完成した色付けされた作品である。その過程では，図4に見られるプログラム作成を行っており，各点の座標を数値化している。一方，図5では，図2同様，コンピュータに表現するために，太陽は円，雲は多角形で表現するなどの工夫が見られる。このように，子どもたちは，事物を図形に見立てたり，図形をその構成要素に着目して捉えたり，直線図形だけに留まらず曲線図形も扱うようになる。

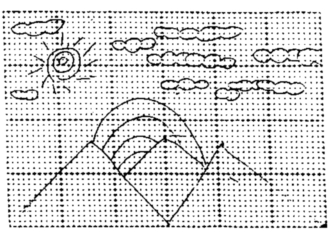


図1　1年生の自由画

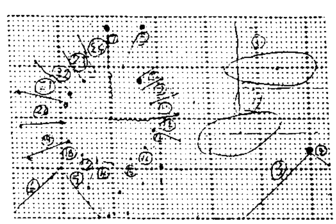


図2　デフォルメした絵

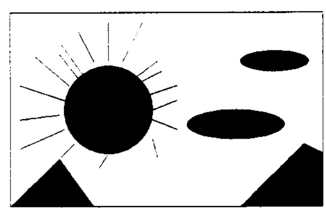


図3　コンピュータでの作品

```
5 CONSOLE 0,25,0,1:SCREEN 3,0
10 CIRCLE(540,100),70,,,,.3
20 CIRCLE(460,230),100,,,,.3
25  CIRCLE(200,200),90
30  LINE(600,270)-(470,399)
40  LINE(600,270)-(639,290)
50  LINE(100,300)-(170,399)
60  LINE(100,300)-(0,399)
70  LINE(200,20)-(200,100)
80  LINE(270,20)-(230,100)
90  LINE(300,100)-(260,130)
100  LINE(310,120)-(270,140)
110  LINE(340,150)-(280,170)
120  LINE(340,180)-(290,200)
```

図4　プログラムの一部

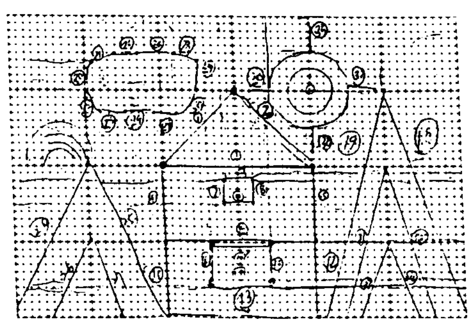


図5　デフォルメの工夫（太陽，雲）

(2) 小学校中学年

事物や図形の位置や運動（平行運動，対称運動，回転運動）を，座標上で表現したり数式化したりする。その学習過程において，運動によって図形の何が保存されるのかを学ぶとともに，運動の特徴（対称の軸と距離の問題等）や2次元平面の性質（図形の合同変換等）を意

識するようになる。最後に，学習内容を生かして作品を製作する。

【小学校４年生への実践】

子どもが平行運動，対称運動，回転運動を生かした絵を描き，それを変数を用いて２次元座標上で表わし，コンピュータの画面上に再現するという学習活動を設定した。図６は，小学校４年生の子どもの作品で，コンピュータ画面上で雲を平行運動（縦方向と横方向）させた跡が表現されている。子どもは二つの雲の動きとプログラムの変数の違いに着目することで，座標の関係を理解する。また，図７では対称運動を生かした作品がコンピュータで作られているが，真ん中の靴下はわざと対称の関係を崩すなど，運動それ自体を楽しんで用いていることが伺える。図８は，そのプログラムであり，対称の軸を変数ｘを用いて表現し，対応する点の軸からの距離が等しいことを，数式（数値は同じで，符号が逆）からも学んでいる。

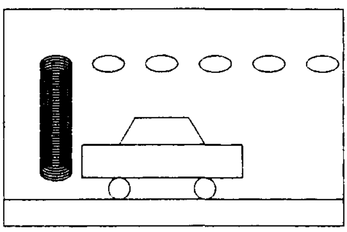


図６　平行運動の作品

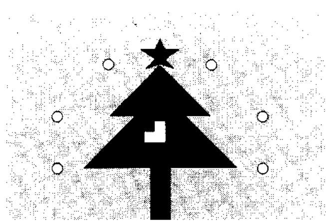


図７　対称運動の作品

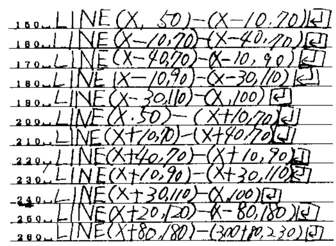


図８　プログラムの一部

(3) 小学校高学年

事物や図形の位置や変換（アフィン変換，相似変換）を，座標上で表現したり数式化したりする。その学習過程において，変換によって形が変わるものであっても，そこで保存される性質（例えば，相似変換の場合は角度と線分の長さの比，アフィン変換の場合は線分は線分へ，平行関係は平行関係へ等）を学習することで，その変換や空間の持つ特徴を意識するようになる。このことは，斜交座標の導入というだけでなく，幻灯機による絵柄の相似や太陽光線による影の形など，現実場面に起こる現象を解明するといった科学的な眼を養うことにもつながるであろう。最後に，学習内容を生かして作品を製作する。

【小学校５年生への実践】

子どもが相似変換やアフィン変換を生かした絵を描き，それを変数を用いて２次元座標上で表わし，コンピュータ画面上に再現するという学習活動を設定した。図９と図10は，それぞれ小学校５年生の子どもの作品とそのプログラムで，コンピュータ画面上で車と信号機を描いたものとその影の形が表現されている。図11は雪だるまを縦伸縮と横伸縮したものである。このように，相似変換を縦伸縮と横伸縮の合成であると捉えたり，角度や曲線が，アフィン変換によって形を変えるということを学ぶ。子どもは，現実の場面を特徴的な図形に近似したり，変換を生かした図柄を製作したり，変換におけるパラメーターの変化によって絵柄がど

のように変化するのかということを学ぶ。

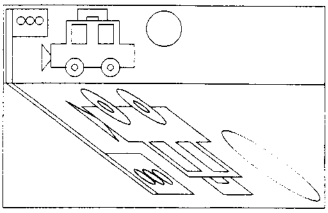


図9　アフィン変換の作品

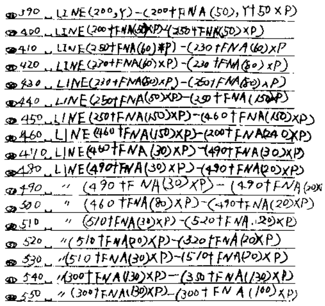


図10　プログラムの一部

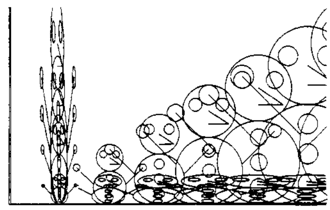


図11　相似変換の作品

3　中学校における幾何教育のあり方について

中等学校の幾何教育をどのようにするのかということは，世界的な問題であり，これまでにも様々な取り組みがなされてきた。その中では，幾何学をわかりやすく教えるために現実場面を取り上げるとか，現実場面の問題を解決するための道具として幾何の内容を位置づけるといったことも行われてきた。しかし，それらは事態の本質的な解決には至らずに，時代や社会の要請の中で浮遊してきたといえる。

こうした状況の打破のためには，以下の二つの点を重視するとともに，両者の関係を繋ぐキーワードが必要であると考える。重視する点の一つは，子どもの認識であり，小学校段階からの幾何の学習との連続性をどのように持つかということである。もう一つは，中学校の幾何教育の歴史であり，学問体系としての幾何学の発展と幾何教育の関連をどのように設定していくのかということである。両者は，これまで，どちらかというと，対極の位置にあるものとされてきた。しかし，ここでは，そのように捉えるのではなく，文化というキーワードを用いることで互いに補完する関係であるという捉え方を提起したい。つまり，子どもの認識を踏まえ，それをさらに高めていくということは，人類が歴史の中で数学を発展させてきたことと関連性を持つものであり，そこを詳細に検討することこそが，既存の幾何学のアレンジや混合ではない，新たな幾何教育を創りだすということに繋がるのではないかと考えるのである。むろん，そのことはこれまでの数学の発展の歴史を紹介したりするというものではない。新しい数学の考えが生じてきた背景にどのような思想があるのか，そして，それは社会構造の何と連動して産み出されてきたのかということを探るという意味である。その一方で，子どもはそれまでの認識を梃子に次に何を学ぼうとしているのか，そしてそのことは子どもにとってどのような意味を持つことであるのかということも，考えられなくてはならない。そして，両者の関係を，数学の個々の内容のレベルではなく，両者を支える社会構造や文化という点から比較・検討することで，新たな教育内容の構築が可能となるのである。

上記の視点から，中学校の幾何教育，とりわけ平面を対象とした一つの教育内容を設定することにする。その際，重要となる事柄は，以下のものである。

(a) 座標平面や直線を自らが設定すること

デカルトによって座標の概念が導入されたことで，図形を式に置き換えて考察することが可能となった。重要なことは，事物（図形）の置かれた空間に座標を導入したということである。

子どもの学習活動においても，こうした座標を設定するということが重要となる。つまり，最初から2次元座標が設定されておりその中で問題を解くというのではなく，各状況に合わせて座標平面を子ども自らが設定し，問題を解決していく力を育てることが必要なのである。

(b) 空間の構造に着目すること

個々の事物の性質は，その事物の置かれた空間の性質（構造）の特徴を具体化したものであると言える。従って個々の事物の性質を扱いながらも，その背後にある空間が意識されて指導されなければならない。

子どもの学習活動においても，現実場面の事物を対象としながら，事物の特徴を通じて，その空間自体にまで意識が向くような場面を設定することが重要である。点，直線，平面の関係もそうした空間を意識した中で扱わなくてはならない。

(c) 複雑な場面をモデル化すること

生活の様々な場面と連動して発展してきた幾何学は，現実場面をモデル化したり一般化して捉えることで，問題を解決してきた。その際，重要なことは，現実場面からモデル化した場面への捉え直しの力である。

子どもの学習活動においても，最初からモデル化したものを示すのではなく，現実の複雑な場面を示し，それを子ども自らがモデル化し，問題を解決していく力を育てることである。さらに，モデル化の際に生じる複雑な数値の計算では，コンピュータや計算機の活用を考えたい。

(d) 作図や測定と式による計算の比較

デカルトは，図形を座標平面で捉えることによって，それを数式として示すことを可能にした。そこで，重要なことは，座標平面上の図形と数式が対応しているという関係を捉える力である。

子どもの学習活動においても，作図や測定という実際的な活動の結果と代数的な計算の結果を比較するなど，子どもの手による検証の場面を設定することで，こうならざるを得ないという子どもなりの納得ができる活動を設定するようにする。

(e) 現実場面を取り上げること

幾何学は，測地や画法等，当時の具体的な生活場面と連動しながら発展してきた。その意味において，生活場面を取り上げるということは子どもにわかりやすからよいといったレベルの

ことではない。生活場面への働きかけが幾何学を発展させたとともに，その成果がまた生活場面へと反映されていった。こうした循環が，数学を発展させてきたのである。

子どもの学習活動においても，内容の本質的な部分と，子どもの認識を踏まえ，どのような生活場面を，どのように取り上げていくことが必要なのかを考えるようにする。

上記の点を重視することは，従来までの与えられた問題を適切に早く解くことが最も大切であるという教育観から，問題自体を発見したり，自らが問題場面を設定し試行錯誤をしながらも解答に至り，そしてそれを自らが確かめたり，他の解答と比較するなどの学習活動を重視する教育観への移行を促すことになるであろう。以下では，(a)～(e) を踏まえた幾何教育の実践について記すことにする。

4　中学校における幾何教育の教育実践について

(1) 教育実践の概要

教育実践は以下のようにして行われた。

日　時：1999年8月8日～10日までの3日間　各13:00～16:00
（50分間授業，10分間休憩を3コマ分）

場　所：兵庫県神戸市立公立中学校

対　象：中学2年生9名　中学3年生13名
（テニスクラブの子どもに協力してもらったため，複数の学年となった。ただ，このことで，両者の理解度等を比較することが可能となった）

準備物：教師：自作の書き込み式テキスト（B5サイズ10ページ），方眼紙上に印刷した地図
子ども：筆記用具，ものさし（30 cm），三角定規，コンパス，電卓

内　容：

日	項　目	内　容
第一日目	①座標の設定	方眼紙上に印刷された校区の地図（上が北）に，中学校を原点とし，東西方向を x 軸（東を正），南北方向を y 軸（北を正）として座標を設定する。自宅，友人の家などの位置の座標を求める。
	②地図の縮尺	校区の地図の縮尺を求める。各自の自宅から学校までかかる時間から距離を求め（4 km/h×xh），地図上の長さとの比較から縮尺を求める。
	③座標上の点の対称	自宅のそれぞれ，x 軸，y 軸，原点に対称な位置を求める。その座標の関係（正負の付き方）を考える。
	④ピタゴラスの定理	山や丘の斜面の直線距離を，山の高さと地図から求めた底辺の距離を用いて求める。ピタゴラスの定理を例示し，その証明を考える。ピタゴラスの定理を用いて，座標上の2点間の距離を求める。
	⑤2点から直線の式を求める	直線上の2点の座標から直線の式を求める。$y=ax+b$ の式に代入して，a, b を求める方法と，図形の相似の考えから式を導きだす方法の2通りを扱う。

第一日目	⑥式の変形	$y=ax+b$（陽関数）の型から，$ax+by=c$（陰関数）への変形，また，その逆を行う。$ax+by=c$ を，$a'x+b'y=1$ とすると，この直線が x 軸，y 軸と交わる点はそれぞれ（a′の逆数，0），（0，b′の逆数）となる。
	⑦領域について	直線で分けられた領域の意味とその不等式を求める。
第二日目	⑧2直線の交点を求める	地図上の交差する二つの道をそれぞれ式化し，その式を解くことで，2直線の交点を求める。
	⑨校区の面積を求める	校区の境界を線分でつないで近似し，その内側の面積を各自が工夫して求める。
	⑩2点と原点の座標から面積を求める	一点を原点とする三角形の面積を，他の2点の座標の数値から求める公式を学習する。
	⑪公式を用いて校区の面積を求める	地図上に原点を設定し，校区を三角形に分割して，公式を用いて面積を求める。
第三日目	⑫公式を用いた校区の面積を完成する	前時の作業を完成させる。その後，先に求めた面積の数値と比較する。
	⑬円の式を求める	ピタゴラスの定理から円の中心が原点となる式を求める。円の中心が（a, b）となる式を求める。
	⑭確認テストを行う	これまで学習した内容の確認テストをする。

(2) 授業における子どもの活動

ここでは，各内容における子どもの学習の実際について考察する。

①座標の設定

方眼紙に印刷された校区の地図に，学校を原点に直交座標を設定することは容易であった。また，各自の自宅や友人の家の座標を求めることもスムーズであった（図 12）。

②地図の縮尺

この活動は，座標幾何の内容から直接は外れるものであったが，自力で縮尺を求める一つの方法として取り上げた。しかし，ここで用いた速さ，時間，距離の関係や単位換算，縮尺の内容は，かなり理解困難なようで，混乱を来たす子どももいた。

③座標上の点の対称

地図の座標上の点における対称の関係は，その意味や法則（正負の符号の変化）についても十分理解した。

④ピタゴラスの定理

最初に直角三角形の斜辺の長さを自力で解決させた。全員が，実際に作図して長さを測定して求めた。その後，各辺には $a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つことを例示し，その証明を考えさせた。辺の関係として代数的に求める方法は，図をヒントとして示すと，子どもたちの多くは証明することが可能であった。また，別の図を例示すると別解も可能であった。しかし，三角形のそれぞれの辺に正方形を記し，図形の合同等を用いて行う方法は，3 年生においてもかなり理解困難であった。実際の座標上の 2 点の座標の数値から距離を求めることは十分可能であ

った。

⑤2点から直線の式を求める

直線上の2点の座標と y＝ax＋b の式から直線の式を求める方法は，2年生においても既に数学の時間に既習であったことからスムーズに求めることができた。一方，相似を用いる方についても，それほど理解しづらいものではなかったようであるが，先の方法の方が簡単であることから，何故このような方法をするのかという疑問が出された。y＝ax＋b の場合は，式を求める前の段階で，式の形式を固定しているので，例えば x＝a となるような直線の場合は，適用できないなどの説明を加えると，納得していた。通常は，先の方法で求めてよいのかと質問されたが，それでよいとした。

⑥式の変形

y＝ax＋b（陽関数）の型から，ax＋by＝c（陰関数）への変形はスムーズであった。ただ，陰関数の形式にすることがどのような場合に有効であるのかという質問があったため，これをさらに $a'x+b'y=1$ とすると，この直線が x 軸，y 軸と交わる点はそれぞれ（a′の逆数，0），(0，b′の逆数）となり，それを結べばすぐに直線が引けることを示した。ただ，これに関しては，陰関数変形への説得力のある説明とはならなかった。

⑦領域について

領域は，数値を境界となる直線の式を求め，その後，領域内の点の座標をその式に代入することで，不等号を設定させた。しかし，座標内での領域という考えは初めてのものであったことから，その意図する意味が理解できないようであった。この内容については，その後も何度か扱ったが，理解困難なようであった。

⑧2直線の交点を求める

地図上の交差する道を各自が自由に決め，その式を求めさせた。その際，直線上の任意の2点を自分で取るということができない子どもが多く見られた。また，二つの直線の式から交点

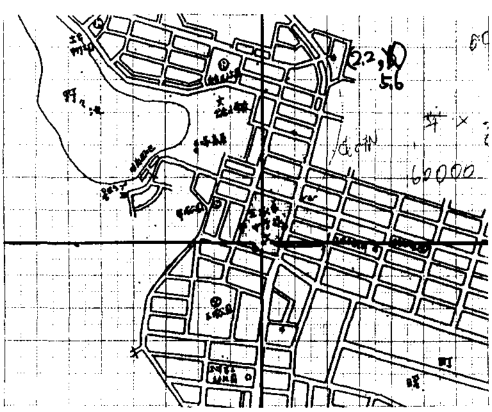


図12　座標を設定する

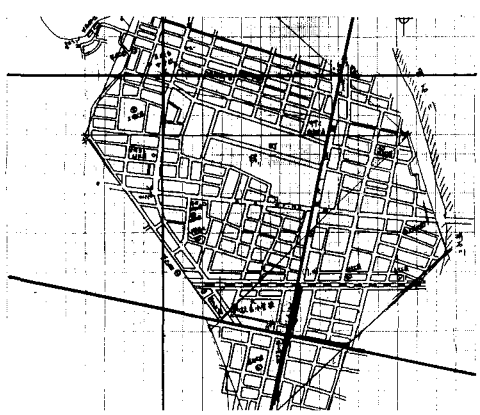


図13　二直線の交点

を計算して求めたものと，実際の地図上の交点の座標が一致していることに，子どもは非常に驚いていた（図 13）。

⑨校区の面積を求める

子どもたちは，校区の面積を求める際，次の方法の内のいずれかをとった。

(1) いくつかの長方形，台形，三角形などに分けて求める（図 14）。

(2) 1 cm^2 の個数を数える（図 15）。

その後，こちらから縮尺のかける数値を示し，実際の大きさを求めた。大凡 2 km^2 という結果が出たが，この数値に対しては，少なすぎるのではないかという質問が多く見られた。しかし，地図上の校区の縦と横の長さを測る（縦が約 2 km，横が約 1 km）活動を行った結果，納得した。

⑩ 2 点と原点の座標から面積を求める

原点と二つの点からなる三角形の面積の公式 $S=\frac{1}{2}|ad-bc|$ について扱った（図 16）。証明については，ヒントとなる図を示すことで，子どもたちは不十分な点もありながらも，何とか自力で解決することが可能であった。また，絶対値については，詳しくは扱わずに，S が負の数値となった場合は面積なので符号を正にする必要があるという程度に軽く扱った。

⑪⑫公式を用いて校区の面積を求める

新しい地図をわたし，子ども自身で自由に原点を設定して，⑩の公式を用いて面積を求めさせた（図 17）。座標自体にマイナスの符号がついた際の式の書き方に少し混乱が見られたものの概ね子どもたちは最後までやり遂げた。また，その前に行った方法による数値との比較を行い，違う場合はその違いの原因を考えるまでになっていた。

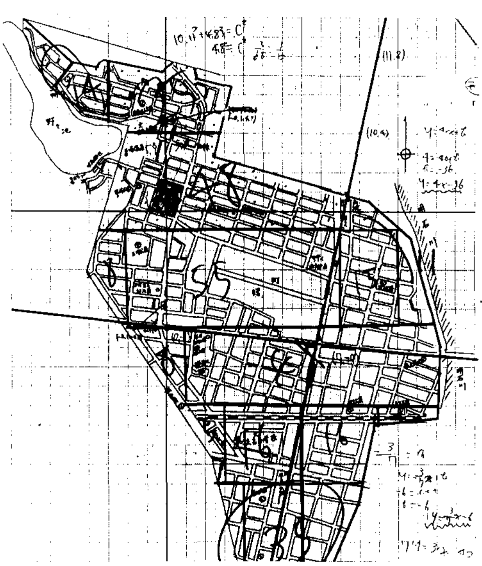


図 14　長方形，三角形，台形に分割

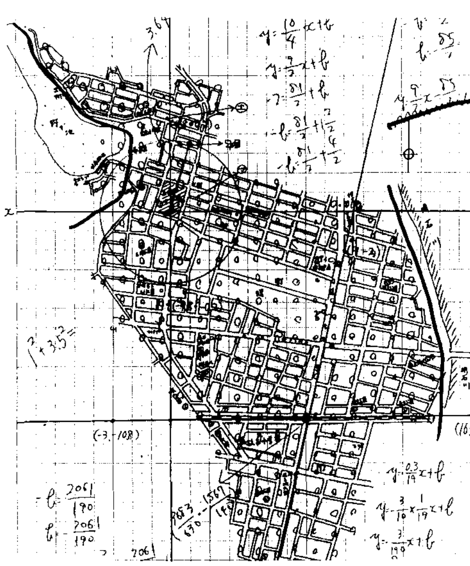
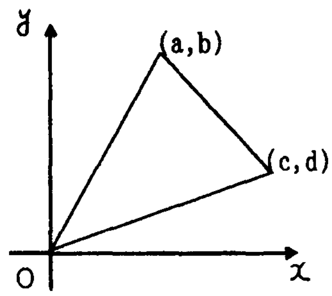


図 15　1 cm^2 で数える

座標から面積を求める



$S=\frac{1}{2}\,|\,ad-bc\,|$

図16　三角形の面積の公式

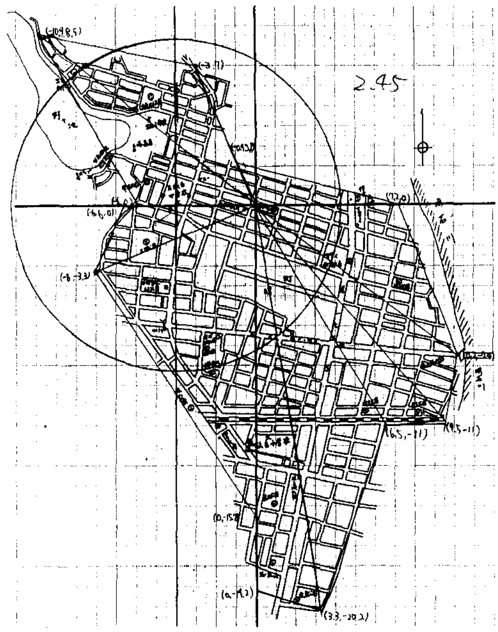


図17　学校外に原点を新たに設定
学校を中心に円を描く

⑬円の式を求める

ピタゴラスの定理を用いて，円の式を求めさせた。ヒントの図を板書すると，子どもたちは，自ら円の式を考えることができた。さらに，円の中心が（a, b）となる式についても求めることが可能であった。その後，学校を原点とした地図に自宅までの直線距離を半径として円を描く活動を取り入れると，同程度の距離の場所を確認したり，その円の式を求めたりするようになった（図17）。

⑭確認テストを行う

教育実践においては，校区の地図を用いて各家の位置，道路を式化し交差する位置，校区の面積等を調べてきた。子どもたちは，試行錯誤をしたり，友人と相談しながら面積を求め，計算結果と地図の位置とが一致するかを調べるなど，意欲的に学習に取り組むとともに，実感や体感を伴う学習となった。

その一方で，こうした学習において，数学の内容の理解度がどの程度であるのかを調べておくことも大切であると考え，学習の最後の段階で確認テストを実施した（図18）。問題数は11で，各問題の得点は同じとした。$(\text{正答率})=\frac{(\text{正答数})}{11}\times 100$ として計算した。テスト結果から，次のような特徴が見られる。

・全体の正答率は約70.3%で，2年生は57.6%，3年生は78.8%であった。2年生と3年生の間には理解度における差が見られる。

・正答率の低い問題（60%未満）は，座標上での領域を答える問題（全体20%，3年33%，

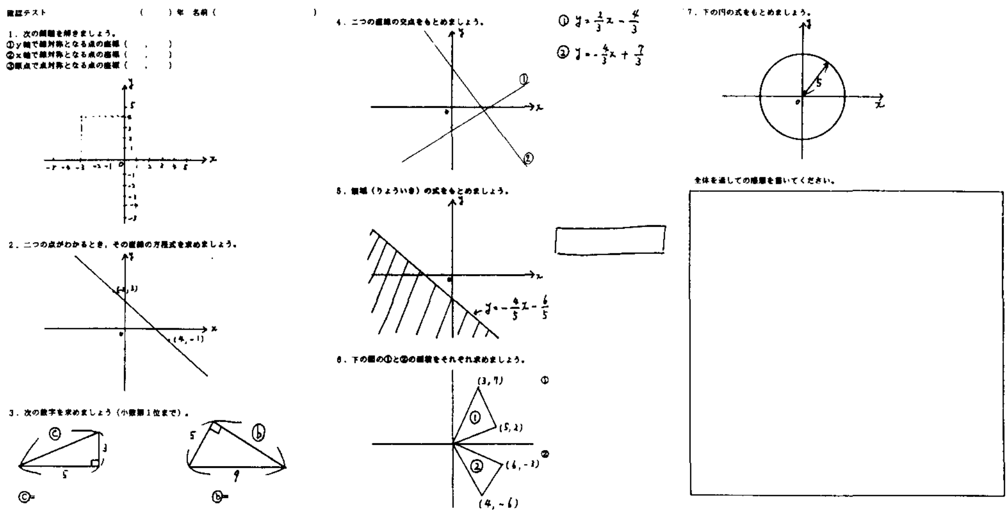


図18　確認テスト（原版はB5サイズ3枚）

2年0%）と，2直線の交点を求める問題（全体53%，3年78%，2年17%）である。

また，子どもの感想には次のようなものが見られる。

・数学の答えは一つじゃなくて何通りもの解き方があることがわかった。

・習ってなくて今から習う内容については難しながらも何となくわかった気がします。

・昨日したことが少しわかってきた。今日したことはまだちょっとわからない。

・陽関数，陰関数と，x，y 点を求めるところ等，裏技を伝授してもらったら，その問題の練習があればもう少し内容の濃い授業になると思います。

・普段使わない数学を実際やってみて日常生活に利用できるものもあるんだなあと思った。

・地図の面積の求め方が少ししんどかったけど，やりがいがあったように思います。

5　一つのまとめ

上記の教育実践の結果を踏まえ，4で提案した幾何教育の教育内容について，3に記した幾何教育を考える際の重要となるポイントの項目に沿って纏めることにする。その際，4の中の①～⑭までの具体的な学習活動と対応させて記す。

(a) 座標平面や直線を自らが設定すること

①の場面では，学校を原点にして座標を設定するということをこちらから指定したためスムーズであったが，⑨の場面では，子どもたちに原点を自由に設定させるようにしたため，子どもたちは，その意味が捉え切れずかなり戸惑っていた。

座標を子ども自らが設定するという学習場面がこれまでほとんどなかったため，その意味を，捉えることが困難であったが，少しずつ意味を捉えるようになるとともに，工夫して設定

する子どもも見られた。

(b) 空間の構造に着目すること

③～⑥，⑧，⑩，⑬等，図形や平面の内容の学習場面では，子どもたちはスムーズに理解した。一方，⑦の領域の学習場面では，子どもたちは，不等式が領域という2次元の面を表わすということが理解できず，混乱をきたした。式で表示されたものは，線であるという意識が強く，式が空間の様々なものを表示する記号であるという意識や，領域と領域の境界としての直線という意識を持つことはかなり困難であった。

個々の図形や空間に関わる学習内容は，かなり理解することができていたが，空間の構造それ自体を意識するまでには，まだいくつかのステップが必要であった。この点は，今後の検討課題である。

(c) 複雑な場面をモデル化すること

⑨～⑫の校区の面積を求める場面では，子どもたちは，各自が校区の境界線を引き，面積を求めた。そして，その境界線の引き方によって，面積が異なることを，子ども同士が測定結果を交流することで確認していた。さらに，教科書に出てくるような数学の問題では，一般に答えが一つしかないのだが，こうした場面では，各自の値に違いが生じることを理解していた。

現実場面をモデル化することに，子どもたちはあまり抵抗はなく，かなり工夫して適切なモデルを設定することが可能であった。また，出てきた数値に違いが生じることについても，モデル化の意味とともに，正確に理解していた。

(d) 作図や測定と式による計算の比較

⑧の場面では，二つの道路を式化し，計算して交点の座標を求めた。⑪の場面では，各自が異なる分割を行って面積を求めた。その後，実際の地図で座標や面積が一致することを確認した。このことは，子どもたちにとって大きな驚きであった。

図形と式による計算結果との確認作業は，図形を式で考察することができるということとともに，両者がまさしく連動したものであるという数学の構造の持つ特質を子どもが感じ取ることによる驚きに他ならない。こうした驚きは，数学そのものへの探求心を育むことに繋がると考える。

(e) 現実場面を取り上げること

活動全体を通して，校区の地図を題材に座標幾何の内容を学習した結果，子どもたちからは，次のような感想が出された。

・数学をこのように実際場面に生かすことができることを知った。

・数学の問題を解いた結果を，地図等と対比して自分で確かめることができる点がよい。

その一方で，こうした現実場面を取り上げたり，子ども自らのモデル化や座標の設定は，図形や空間の内容のかなりの理解が不可欠であるといえる。

本稿では，中学校における平面の幾何教育の内容を提案し，教育実践を行ってきた。その結

果，内容や方法に改良点があるものの，現実場面を取り上げ，子どもが自ら座標を設定したり，モデル化して考えるといったことは，十分可能であり，そのことは子どもの学習意欲をも高めることになるということが明らかになった。今後は，子どもが理解困難であった内容の再検討と，3次元空間の教育内容，さらには論証の位置づけ等を踏まえた教育内容の構築を目指して行きたい。

ところで，先般公にされた学習指導要領（1998年12月）においては，「総合的な学習の時間」の新設が明記された。これは，上に記したような数学教育の新たな試み考えていく上でも，重要な位置を占めるものであると考える。そこで，最後に両者の関係を検討し，稿を終えることにしたい。

6 「総合的な学習の時間」は学校を蘇生させることができるのか

次期学習指導要領では，中学校においても総合的な学習の時間が本格的に実施される。これで，選択教科と合わせると，第1学年では週に約1時間，第2学年では約2.3時間，第3学年では約4.7時間がこうした時間に当てられることになる[4)]。その形態は，内容的にも時間的にも弾力性を保証したものであり，かなりの部分が各学校，各教師の裁量に任されることになるという。もちろん，当面は試行錯誤を繰り返しながら徐々に内容と方法を構築していくということが予想されるが，問題は，そうした実施の段階で生じる混乱ではなく，こうした昨今の流れが果たしてこれからの教育として望ましいものであるのかどうかということについての議論がほとんど起こらないということである。換言すれば，総合的な学習の時間や選択教科が，現在の日本の学校教育の矛盾を直視し，その打開のためにあるのではなく，むしろ問題に対する本質的な問いかけを封印するために，産み出されてきたものではないかということである。

天野は，いわゆる総合的な学習が生じてきた背景には，従来の教科学習が多くの問題を抱えるようになってきたという「共通認識」があり，それを克服する一つの立場として総合的な学習が位置づけられていると指摘する[5)]。そこで言う「共通認識」とは，教科の親学問の知識の量的な拡大によって学習が受容・記憶に偏ってしまったこと，教師主導による結果重視の学習であったこと，学習内容がわかることと子どもが生きることや生活することとの文脈が切り離されていること，教科の枠を超えた課題に対応できないことなどであるとした上で，こうした批判が，教科学習に内在する固有の問題であるかどうかという点に疑問を投げかけている。

むしろ，これらの「共通認識」を克服することを目的に教科教育の研究はすすめられてきたのであり，その意味では総合的な学習の時間の設立の意図はまさしくこれからの教科教育のあり方と重なるものである。しかし，こうした新たな時間を設定することは，かえって次のような問題を生じさせることになるのではなかろうか。

・教科の学習時間がかなり削減された中で，現実場面から問題を見い出し，試行錯誤しながら

それを解決し，まとめ，発表，交流していくといった学習活動が果たして可能であるか。それを実現するためには，かなり体系だった高度な教科の学習内容を身につける必要がある。

・現在社会が直面する問題を，容易に取り上げることが，子どもの深い学習を実現することに繋がるのか。環境問題等，昨今新聞紙上を賑わしている事柄はこれからの社会を生きていく子どもたちにとって重要な問題であり，またそのことを学習で取り上げることは，子どもの興味・関心を高めることになるであろう。しかし，そうした学習では，往々にして容易な批判主義もしくは楽観主義という，いわゆるステレオタイプ型の回答へと帰着したり，ディベート等のスタイルによく見られるリアリティを欠く言葉のやり取りに終始してしまう場合が多い。そこには，内容に対する深い信念や思想性が見られないのである。また，それらを考察するための根底となる思考力は，どの段階で身につけさせるのかという問題もある。

・自由度の高い授業を展開するためには，教師は学習内容に深く精通していなくてはならない（そのことは，NHKテレビの『ようこそ先輩』という番組——様々な分野の専門家が母校を訪れ授業を行うというもの——が物語っている)。そうでなくては，窮屈な単線型の授業か，もしくはどんな意見でもよいという放任型の授業になってしまう。総合的な学習という多様な内容に対して，どこまで教師は精通することができるのであるか。

・総合的な学習の時間の設置によって従来の教科学習が見直されるという本末転倒的な議論には，その効果が一定期間内では見られるとも予想されるが，そうした時間の設定が，教科の時間をさらに細切れにし，教師の多忙化を促進するように働く可能性の方が高いと考えられる。

佐藤は，不登校，いじめ，自死，学級崩壊，学習離れ等による現在の学校教育現場の混乱は，子ども側からの「何故学校へ行くのか」といった「存在論的アプローチ」の問題として提起してきたものを，学校側が様々な「制度論的アプローチ」によって打開しようとしてきたところに，その大きな原因があると指摘する[6]。自由な内容で，自由な時間に，自由な形式で行うという「総合的な学習の時間」をカリキュラムの中に“制度化”するということが，果たして子どもの「存在論的アプローチ」に本当に応えるものとなるのであろうか。

学校完全5日制による総授業時間枠の削減の状況にあって，総合的な学習の時間という新たな「教科」を設定するということが，果たして子どもの息の長い探求心を喚起するといった学習活動を産み出す方向へと向かうのか，あるいは，ぶつ切れの時間の中での○○ごっこ的な学習へとすすんでいくのか，その岐路を多忙な各学校教育現場の教師の力量に委ねるということは，私にはあまりにも危険な賭けのように思えてならない。

今，重要なことは，他の内容や新たな「教科」を設定することで様々な問題を解決するという姿勢ではなく，これまでの教科教育の矛盾や歴史的な変遷を再度検討し直し，現在の状況に対する次の一歩を着実に踏み出すことであろう。その際，「何故この学習内容を取り上げるのか」，「子どもがそのことを学ぶとはどういうことであるのか」，といった教師が自らへの問いかけを行うことが重要となる。子どもの学びは，人類が文化や学問を創り上げてきたその過程

を垣間見ることによって，深まっていくものである。そうした“人類の創造の歴史”に触れるための道筋を，教師自らが見出さない限り，子どもが持つ探求心や疑問を大切に育むことができないからである。

本稿で取り上げた幾何教育の教育実践も，上記の意味における「総合的な学習の時間」の一例として考えることもできよう。幾何学という学問を創り出す過程において，人類がどのような思想を持ち，それがどのような紆余曲折を経て今日に至ってきたのか，また，幾何学の起源に繋がる測地・測量との関係を考慮して教育内容を設定するようにした。ただ，短期間の教育実践において，こうした思想性が，子どもの学習活動に十分に反映されたというわけではない。

しかし，教育は，そうした深い思想に支えられて継続的に営まれていくことが重要なのである。いわゆる学問成果の表層を組み直し伝達するのではなく，人類が脈々とした営みの中で創り上げてきた文化や学問に根差し，教育を創り上げていかなくてはならない。そこに「総合的な学習の時間」を位置づけていくという視点が，今，必要ではなかろうか。問題なのは，教科に分かれているということではなく，そこで扱う内容が，「教科書絶対信仰」という足かせによって，がんじがらめになってしまっていることではなかろうか。

〔参考文献及び註〕

1）横地清，「数学教育の輸入と脆弱な自立／明治から1945年まで」，中日近現代数教育史　第三巻，1999, pp. 7–20.

2）鈴木正彦，「新しい図形教育をめざして」；横地清監修，「21世紀への学校数学の展望」，誠文堂新光社，1994, p. 219.

3）小学校低・中・高学年の幾何教育について論じたものには，以下のものがある。

・鈴木正彦・黒田恭史，「小学校1年生における図形教育の試み――パソコンの効果的な教育利用を考えて――」，数学教育学会『研究紀要』Vol. 29/ No. 1・2, 1988, pp. 63–73.

・黒田恭史，「小学校中学年における図形教育の試み――パソコンを利用した場合――」，大阪教育大学『数学教育研究』第19号（1989），1990, pp. 9–21.

・黒田恭史，「第一章　第三節　小学校図形教育へのコンピュータ利用」；岡森博和研究代表，「数学教育におけるコンピュータの効果的な利用」，平成4年度科学研究費補助金（一般研究者C）研究成果報告書（課題番号03680265），1993, pp. 15–34.

4）「内外教育」，時事通信社，1999. 8. 10, pp. 7–9.

5）天野正輝，「総合的学習から教科学習を見直す」；「現代教育科学　No. 515」，明治図書，1999. 8, pp. 5–7.

6）佐藤学，「学びその死と再生」，太郎次郎社，1995, pp. 24–28.

〔註〕

1）通常，小学校の場合，幾何教育ではなく図形教育という言葉を用いるが，本稿では，中学校との関係を重視する意味で，以下，全て幾何教育を用いる。

（くろだ　やすふみ　教育学科）

（1999年10月15日受理）